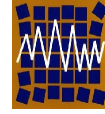




Universidad de Concepción
Departamento de Ingeniería Civil



Asociación Chilena de Sismología e
Ingeniería Antisísmica

N° A07-08 LEY HIPOPLÁSTICA MODIFICADA APLICADA AL COMPORTAMIENTO MONÓTONO DE MATERIALES GRANULARES (II)

J.A. Vallejos¹ y R.L. Verdugo²

1.- Departamento de Ingeniería en Minas Universidad de Chile
Av. Tupper 2069, Santiago, Chile
e-mail: javallej@ing.uchile.cl

2.- Departamento de Ingeniería Civil Universidad de Chile
Av. Blanco Encalada 2002, Santiago, Chile
e-mail: rverdugo@ing.uchile.cl

RESUMEN

Basándose en los conceptos de consistencia y compatibilidad, se han desarrollado modificaciones a la teoría hipoplástica. En este artículo acompañante se explica detalladamente el proceso de calibración de este modelo constitutivo modificado y se comparan resultados experimentales de ensayos monótonos con las simulaciones numéricas de los modelos hipoplásticos sin y con modificaciones. Los resultados son adecuados y permiten concluir que el modelo hipoplástico modificado posee la habilidad de simular el comportamiento monótono de materiales granulares.

Palabras Clave: Modelos constitutivos, hipoplasticidad, materiales granulares, simulaciones numéricas.

1 INTRODUCCIÓN.

Debido a la extensiva investigación numérica y experimental durante los últimos 30 años, se han realizado progresos significativos en la modelación del comportamiento tensión – deformación de materiales granulares y una gran cantidad de modelos han sido propuestos. Una breve revisión muestra que existen fácilmente unos 40-50 modelos publicados en la literatura. Entre estos se encuentra la aproximación hipoplástica (Kolymbas, 1985; Gudehus, 1996; Bauer, 1996; Von Wolffersdorff, 1996 y Niemunis, 2003).

Esta modelación, al igual que otras, presenta aspectos que pueden ser mejorados. Consecuentemente en este artículo se presenta un modelo hipoplástico modificado (Vallejos et al., 2005). En particular se explica detalladamente el proceso de calibración de este modelo constitutivo modificado y se comparan resultados experimentales de ensayos con las simulaciones numéricas de los modelos hipoplásticos sin y con modificaciones. La simulación de 25 ensayos triaxiales en compresión tanto drenados como no drenados, isótropos y anisótropos demuestran que el modelo hipoplástico modificado posee la habilidad de simular datos experimentales de manera satisfactoria con un set único de parámetros para estados iniciales considerablemente distintos que varían en un rango de densidades relativas entre 0 – 86,3 % y presiones de confinamiento de 0,1 a 2 [MPa].

A lo largo de este artículo las componentes de tensiones de compresión y deformaciones de contracción son negativas en concordancia con la convención clásica de la mecánica del continuo. Además, todas las tensiones normales son siempre efectivas.

2 MODELO HIPOPLÁSTICO MODIFICADO.

Las siguientes ecuaciones presentan resumidamente el modelo hipoplástico modificado (Vallejos et al., 2005):

$$\dot{\hat{T}}_{ij} = f_b \mathcal{L}_{ijkl} [D_{kl} + f_d Y(w_y m_{kl} \| D_{ij} \| + (1 - w_y) r_{ij} | r_{ij} D_{ij} |)] \quad (2.1)$$

Los tensores \mathcal{L}_{ijkl} , \mathcal{L}_{ijkl}^{-1} y N_{ij} están definidos por:

$$\mathcal{L}_{ijkl} = \frac{1}{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^2)} (F^2 I_{ijkl} + \hat{T}_{ij} \hat{T}_{kl}) \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{ijkl}^{-1} = \text{tr}(\hat{T}_{ij}^2) \frac{1}{F^2} \left(I_{ijkl} - a^2 \frac{\hat{T}_{ij} \hat{T}_{kl}}{F^2 + a^2 \hat{T}_{ij} \hat{T}_{ij}} \right) \quad (2.3)$$

Además, m_{ij} está dado por:

$$m_{ij} = \bar{B}_{ij} = \frac{B_{ij}}{Y} = \frac{B_{ij}}{\| B_{ij} \|} \quad (2.4)$$

Con:

$$B_{ij} = \mathcal{L}_{ijkl}^{-1} N_{kl} = \frac{a}{F} \left(I_{ijkl} - a^2 \frac{\hat{T}_{ij} \hat{T}_{kl}}{F^2 + a^2 \hat{T}_{ij} \hat{T}_{ij}} \right) (\hat{T}_{kl} + \hat{T}_{kl}^*) \quad (2.5)$$

Donde:

$$\hat{T}_{ij} = T_{ij}/\text{tr}(T_{ij}); \quad \hat{T}_{ij}^* = \hat{T}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \quad (2.6)$$

$$a = \frac{\sqrt{3}(3 - \sin \phi_c)}{2\sqrt{2} \sin \phi_c}$$

$$F = \left[\sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \varphi + \frac{2 - \tan^2 \varphi}{2 + \sqrt{2} \tan \varphi \cos 3\vartheta} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \varphi} \right] \quad (2.7)$$

$$\cos 3\vartheta = -\sqrt{6} \frac{\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*3})}{[\text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})]^{3/2}}; \quad \tan \varphi = \sqrt{3} \|\hat{T}_{ij}^*\| = \sqrt{3 \text{tr}(\hat{T}_{ij}^{*2})}$$

El tensor de tensiones normalizado r_{ij} está dado por:

$$r_{ij} = \frac{\hat{T}_{ij}}{\|\hat{T}_{ij}\|} \quad (2.8)$$

Por último, la función de interpolación w_y está dada por:

$$w_y = \begin{cases} \left(\frac{Y - Y_i}{h(1 - Y_i)} \right)^\lambda & \text{si } Y - Y_i < (1 - Y_i)h \\ 1 & \text{si } Y - Y_i \geq (1 - Y_i)h \end{cases} \quad (2.9)$$

El modelo hipoplástico modificado utiliza como referencia cuatro líneas características de estado: más suelto e_i , intermedio e_m , más denso e_d y de estado crítico e_c , que están dadas por:

$$e_i = e_{io} - \lambda_i \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{\xi_i} \quad (2.10)$$

$$e_m = e_{mo} - \lambda_m \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{\xi_i} \quad (2.11)$$

$$e_d = e_{do} - \lambda_d \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{\xi_i} \quad (2.12)$$

$$e_c = e_{co} - \lambda_c \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{\xi_c} \quad (2.13)$$

La Fig. 2.1 presenta estas cuatro líneas para la arena de Toyoura.

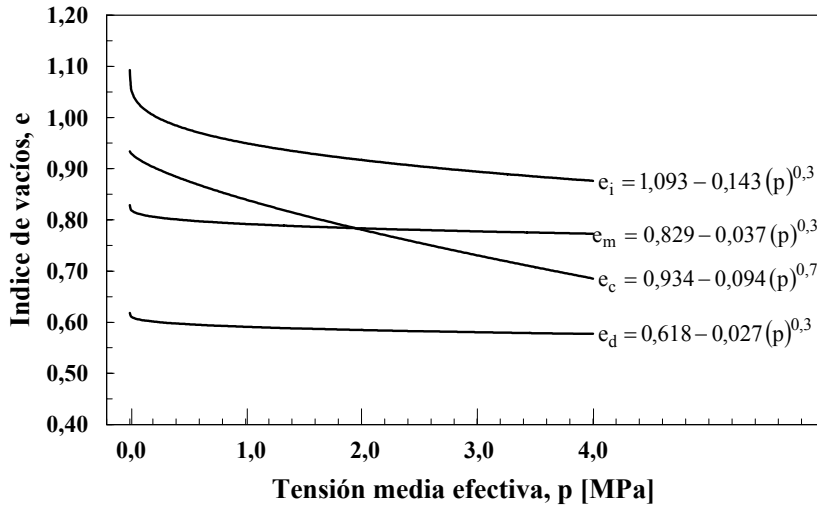


Figura 2.1: Líneas características de estado para la arena de Toyoura.

Para asegurar la compatibilidad del modelo hipoplástico con el estado inicial de índice de vacíos y tensión media, se reemplaza en el factor de barotropía f_b a la línea de compresión para el estado más suelto por la línea de compresión isótropa que pase por el estado (e_o, p_o) inicial. Con este objetivo, se define a la familia de curvas de consolidación isótropas mediante una interpolación exponencial entre las pendientes de dos curvas de consolidación isótropas conocidas. Esta interpolación depende de la posición del estado inicial (e_o, p_o) con respecto a la línea intermedia e_m y está dada por:

$$\lambda_x = \begin{cases} \lambda_m \exp\left(\frac{\ln\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_m}\right)}{(e_i(p_o) - e_m(p_o))} (e_o - e_m(p_o))\right) & \text{si } e_o > e_m(p_o) \\ \lambda_d \exp\left(\frac{\ln\left(\frac{\lambda_m}{\lambda_d}\right)}{(e_m(p_o) - e_d(p_o))} (e_o - e_d(p_o))\right) & \text{si } e_o < e_m(p_o) \end{cases} ; \quad e_{x0} = e_o + \lambda_x \left(\frac{p_o}{p_{ref}}\right)^{\xi_i} \quad (2.14)$$

Consecuentemente, la línea de compresión isótropa correspondiente al estado $e_o - p_o$ queda dada por:

$$e_x = e_{x0} - \lambda_x \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{\xi_i} \quad (2.15)$$

Así, se obtiene la nueva expresión para el factor de barotropía f_b , que asegura la compatibilidad del modelo hipoplástico con la línea de compresión isótropa e_x correspondiente al estado inicial de índice de vacíos y tensión media:

$$f_b = \frac{3p_{ref}}{\lambda_x \xi_i} (1 + e_x) \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{1 - \xi_i} \left[3 + a^2 - \left(\frac{e_x - e_d}{e_c - e_d}\right)^\alpha a\sqrt{3} \right]^{-1} \quad (2.16)$$

Por último el factor de picnotropía f_d queda dado por:

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d} \right)^\alpha \quad (2.17)$$

Donde α es un parámetro de ajuste que depende del índice de estado I_s mediante:

$$\alpha = \begin{cases} a_1 & \text{si } I_s \leq 0 \\ a_1 - b_1 I_s & \text{si } 0 < I_s \leq I_s^* \\ a_2 - b_2 I_s & \text{si } I_s > I_s^* \end{cases}; \quad I_s^* = \frac{a_1 - a_2}{b_1 - b_2} \quad (2.18)$$

En que:

$$I_s = \begin{cases} 0 & \text{si } I_s \leq 0 \\ \frac{e_{co} - e_o}{e_{co} - e_c} & \text{si } p < p_{umb} \\ \frac{e_i - e_o}{e_i - e_c} & \text{si } p < p_{umb} \end{cases}; \quad p_{umb} = p_{ref} \left(\frac{e_{io} - e_{co}}{\lambda_i} \right)^{1/\xi_i} \quad (2.19)$$

La Fig. 2.2 presenta la variación del parámetro α con el índice de estado para la arena de Toyoura.

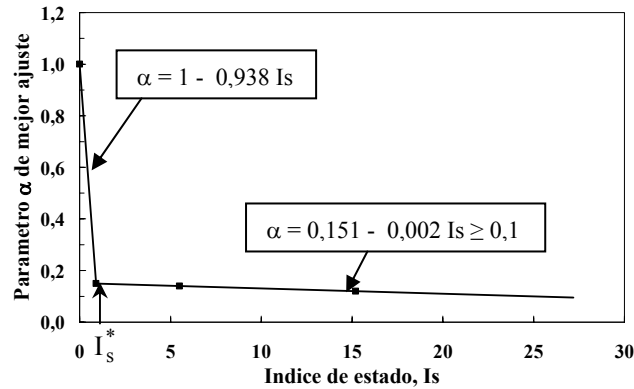


Figura 2.2: Parámetro α en función del índice de estado I_s para la arena de Toyoura.

3 CALIBRACIÓN DEL MODELO HIPOPLÁSTICO MODIFICADO.

La ley constitutiva hipoplástica modificada incluye un total de 17 parámetros, que definen el comportamiento de cada material granular, los cuales pueden ser caracterizados en tres grupos:

- 1) constante del criterio de falla de Matsuoka–Nakai (ϕ_c);
- 2) líneas de estado de referencia (e_{io} , λ_i , e_{mo} , λ_m , e_{do} , λ_d , ξ_i , e_{co} , λ_c , ξ_c);
- 3) parámetros de dilatación (a_1 , b_1 , a_2 , b_2);
- 4) parámetros de reducción (h , χ).

Para determinar estos parámetros se recomienda una serie de cuatro ensayos triaxiales drenados con medición de la consolidación isótropa y un ensayo triaxial no drenado realizado en una muestra inicialmente suelta.

Se recomienda que la línea de compresión isótropa para el estado más suelto sea evaluada por medio del método moist placement, ya que este método de preparación de muestra es el que permite obtener el empaquetamiento más suelto. Además, conviene que la línea de compresión isótropa para el estado intermedio este asociada a una densidad relativa inicial del 50 [%]. Por último, la línea para el estado más denso, puede ser aproximada mediante una línea recta horizontal que pasa por el índice de vacíos mínimo ($e_{do} \approx e_{min}$). Sin embargo, esta simplificación está limitada por la presión donde comienza a existir rotura de partículas.

Los parámetros de dilatación (a_1, b_1, a_2, b_2) pueden ser evaluados mediante un ajuste a estos cuatro ensayos triaxiales drenados en compresión para diferentes condiciones iniciales $e_0 - p_0$ e igual fabrica.

Por último, la corrección para la generación excesiva de presión de poros incluye dos parámetros a determinar h y χ . El parámetro h controla en que momento el término de reducción desaparece y se recupera la ecuación original. Si $h = 0$ se tiene que $w_y = 1$ y el término de reducción desaparece, mientras que si $h = 1$ la interpolación y el término de reducción se prolongan hasta la superficie de fluencia $Y = 1$. La Fig. 3.1 presenta la respuesta monótona no drenada medida en ensayos triaxiales en compresión junto con simulaciones del modelo hipoplástico modificado con $h = 0$ para muestras sueltas y densas de la arena de Toyoura.

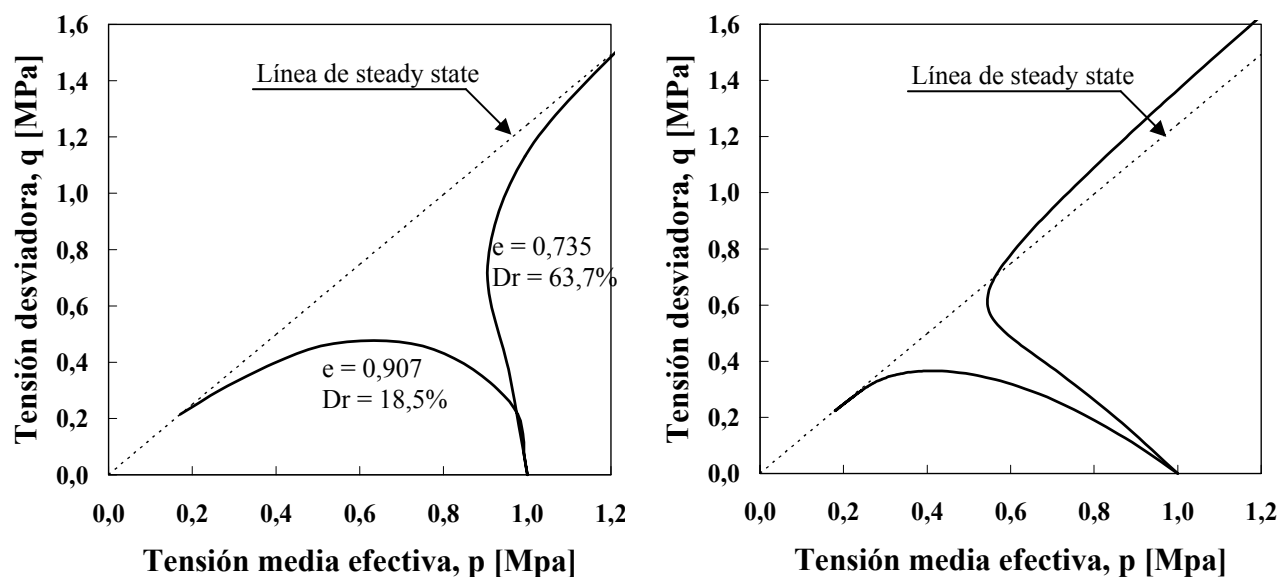


Figura 3.1: Respuesta monótona no drenada de la arena de Toyoura.

a) datos de Verdugo et al. (1996); b) simulación modelo hipoplástico modificado con $h = 0$.

De la Fig. 3.1(a) podemos observar que para razones de tensiones pequeñas la generación de presión de poros es prácticamente independiente de la densidad. Además se observa que la muestra densa genera una menor presión de poros que la muestra suelta. Por otro lado, la Fig. 3.1(b) manifiesta que para muestras sueltas la corrección de generación excesiva de presión de poros debe realizarse solo para razones de

tensiones cercanas al estado inicial, mientras que para en el caso denso la corrección debe ser mayor. Este análisis indica que muestras densas y sueltas deben tener distintos valores de h . Se decide entonces dejar al parámetro h como una variable de estado que depende del índice de estado inicial I_s . La tendencia del parámetro h y el valor del parámetro χ se determinan con un ajuste a un ensayo triaxial CIU en una muestra suelta ($0 < I_s < 1$) como lo muestra la Fig. 3.2.

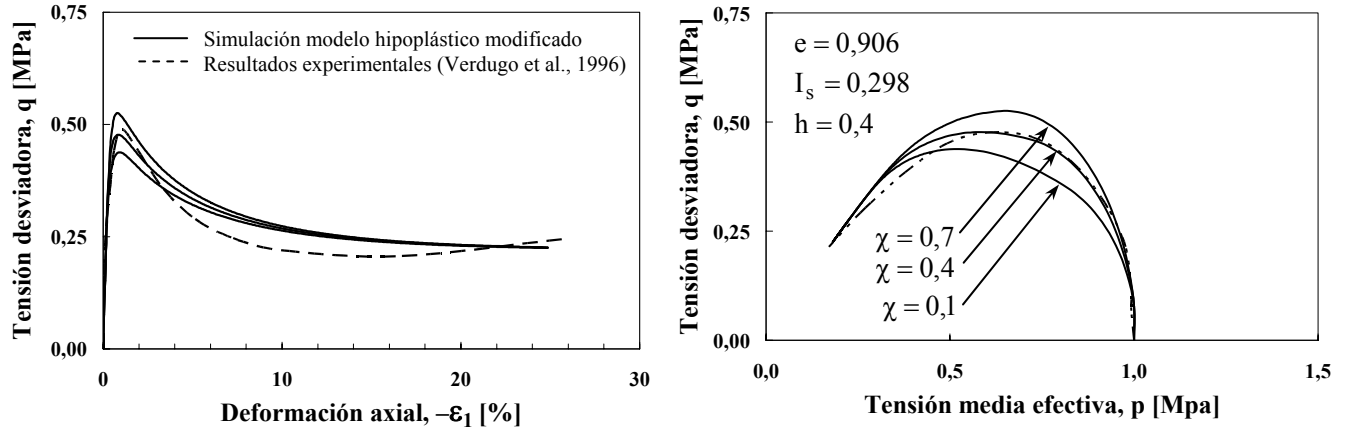


Figura 3.2: Ajuste del modelo a un ensayo triaxial no drenados en compresión para una muestra suelta.

De la Fig. 3.2 se obtiene que los parámetros de mejor ajuste, para una muestra con un índice de estado inicial de $I_s = 0,298$, están dados por $h = 0,4$ y $\chi = 0,4$. En el presente trabajo se supone una dependencia lineal del parámetro h con el índice de estado I_s para lo cual se utiliza el valor de h obtenido del ajuste de la Fig. 3.2 y se impone un valor mínimo de $h = 0,2$ cuando $I_s \leq 0$. La Fig. 3.3 presenta la tendencia del parámetro de estado h .

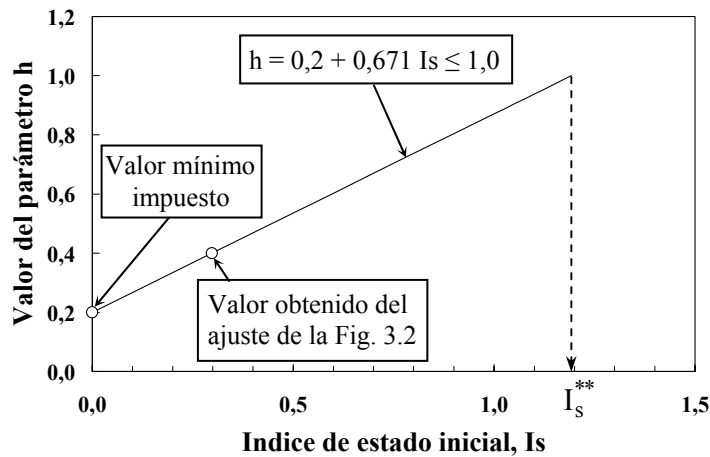


Figura 3.3: Variación del parámetro de estado h en función del índice de estado inicial.

Así, el parámetro de estado h queda dado por:

$$h = \begin{cases} h_1 & \text{si } I_s \leq 0 \\ h_1 + h_2 I_s & \text{si } 0 < I_s < I_s^{**}; \\ 1 & \text{si } I_s \geq I_s^{**} \end{cases} \quad I_s^{**} = \frac{1 - h_1}{h_2} \quad (3.1)$$

4 SIMULACIONES NUMÉRICAS.

Para mostrar la capacidad predictiva del modelo hipoplástico modificado corregido se simularon un total de 25 ensayos triaxiales drenados y no drenados para estados iniciales considerablemente distintos que varían en un rango de densidades relativas entre 0 – 86,3 % y presiones de confinamiento de 0,1 a 2 [MPa]. Todas las simulaciones fueron realizadas con un set único de parámetros que se presentan en la tabla 4.1. Adicionalmente, a modo de comparación se realiza una predicción utilizando al modelo hipoplástico sin modificar. Los parámetros para este caso se encuentran en Vallejos et al. (2005).

Tabla 4.1: Parámetros del modelo hipoplástico modificado para la arena de Toyoura.

Criterio de falla de Matsuoka–Nakai	$\phi_c = 31^\circ$
Líneas de estado de referencia	$p_{ref} = 1$ [MPa]
Más suelto	$e_{io} = 1,093$; $\lambda_i = 0,143$
Intermedio	$e_{mo} = 0,829$; $\lambda_m = 0,037$
Más denso	$e_{do} = 0,618$; $\lambda_d = 0,027$; $\xi_i = 0,3$
Steady state	$e_{co} = 0,934$; $\lambda_c = 0,094$; $\xi_c = 0,7$
Parámetros de ajuste de dilatancia	$a_1 = 1,000$; $b_1 = 0,883$; $a_2 = 0,167$; $b_2 = 0,003$
Parámetros de reducción	$h_1 = 0,2$; $h_2 = 0,671$; $\chi = 0,4$

Es importante destacar, que a diferencia de muchos modelos, el hipoplástico modificado requiere de un set único de parámetros para modelar todo el espectro de densidades y presiones posibles en proyectos de ingeniería. Consecuentemente, se simularon dos series de ensayos triaxiales drenados para las trayectorias de tensiones de compresión convencional (TCC, $\sigma_3 = cte$) y de compresión (TC, $p = cte$) para una tensión media inicial de 0,1 e índices de vacíos iniciales entre 0,996 – 0,649 ($Dr = 0$ a 86,3 [%]). Estas simulaciones se presentan en las Figs. 4.2 a 4.3. La Fig. 4.1 presenta la simulación de un TCC con el modelo hipoplástico sin modificar. Adicionalmente, las Figs. 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8 presentan simulaciones de cinco series de ensayos triaxiales no drenados en compresión para tensiones medias iniciales entre 0,1 y 2 [MPa] e índices de vacíos después de la consolidación de 0,735 ($Dr = 63,7$ [%]); 0,833 ($Dr = 37,9$ [%]); 0,907 ($Dr = 18,4$ [%]); 0,933 ($Dr = 11,6$ [%]) y 0,960 ($Dr = 4,5$ [%]), respectivamente. Por último, la Fig. 4.9 presenta la simulación de una serie de ensayos triaxiales no drenados consolidados anisótricamente. El desviador y tensión media están definidos por $q = \sigma_1 - \sigma_3$ y $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$, donde σ_1 y σ_3 son las tensiones principal mayor y menor, respectivamente. De estas figuras es posible apreciar que las simulaciones del modelo coinciden adecuadamente con los resultados experimentales para un amplio rango de densidades y presiones de confinamiento inicial.

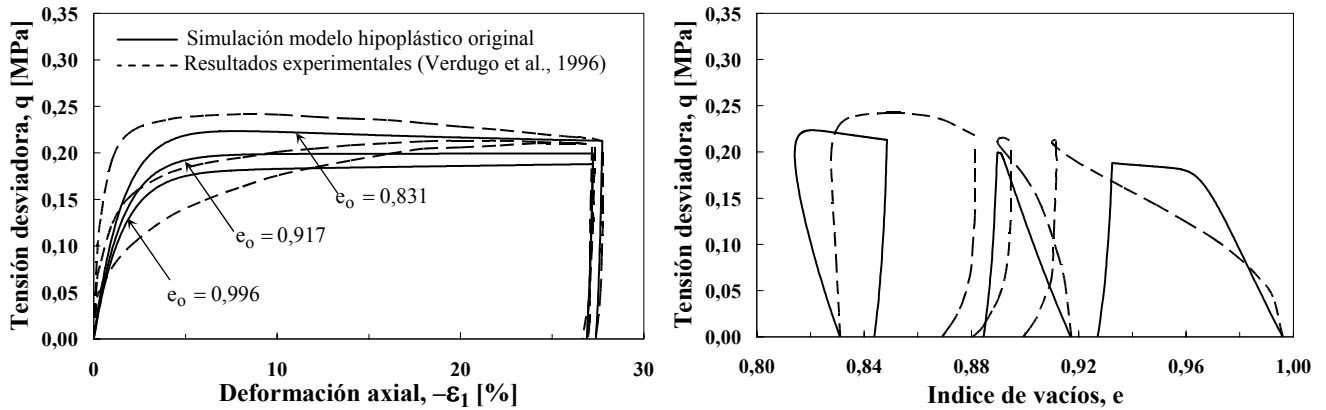


Figura 4.1: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales drenados en compresión convencional ($\sigma_3 = \text{cte}$) y simulaciones del modelo hipoplástico original para $p_o = 0,1$ [MPa].

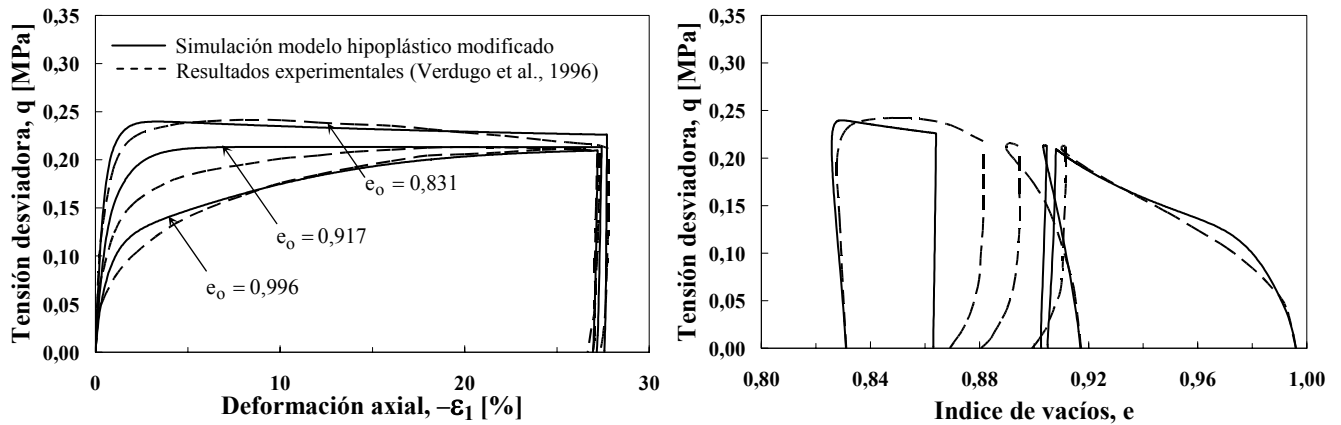


Figura 4.2: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales drenados en compresión convencional ($\sigma_3 = \text{cte}$) y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $p_o = 0,1$ [MPa].

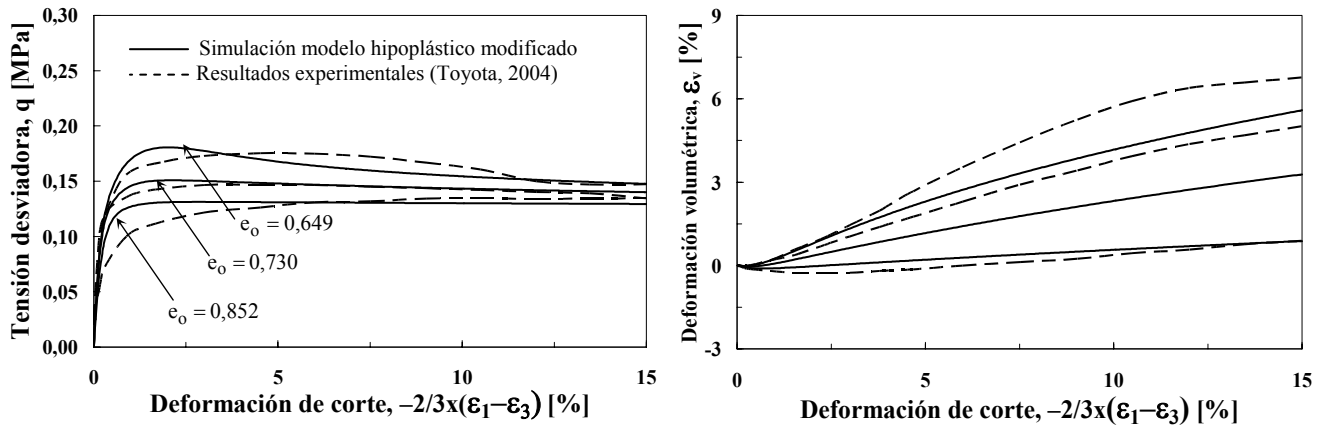


Figura 4.3: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales drenados en compresión ($p = \text{cte}$) y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $p_o = 0,1$ [MPa].

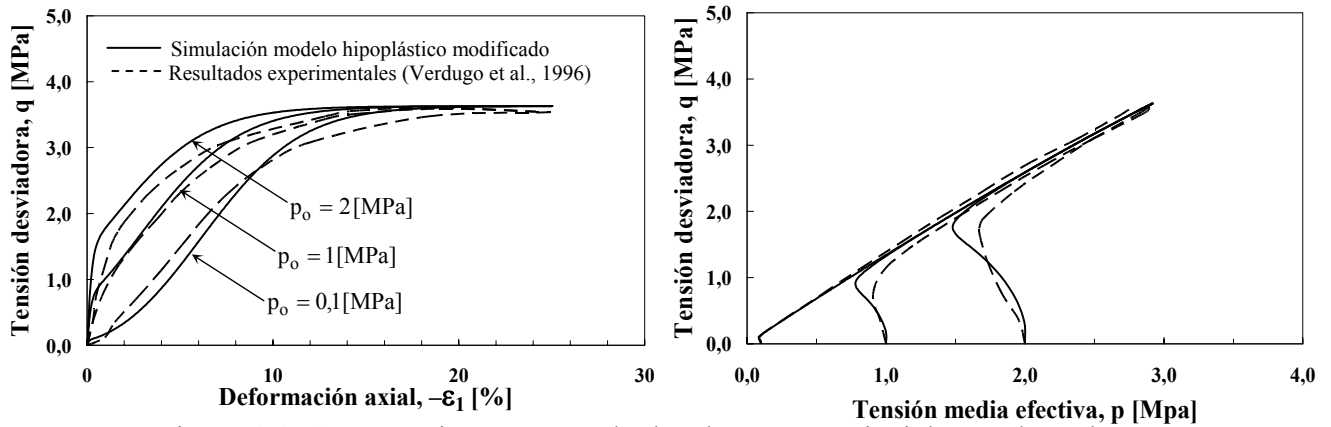


Figura 4.4: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $e = 0,735$.

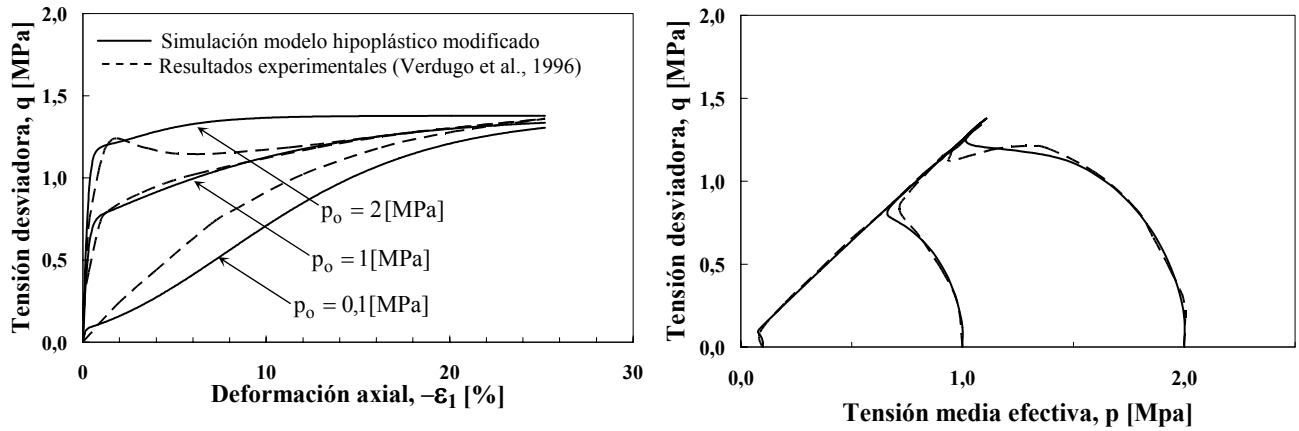


Figura 4.5: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $e = 0,833$.

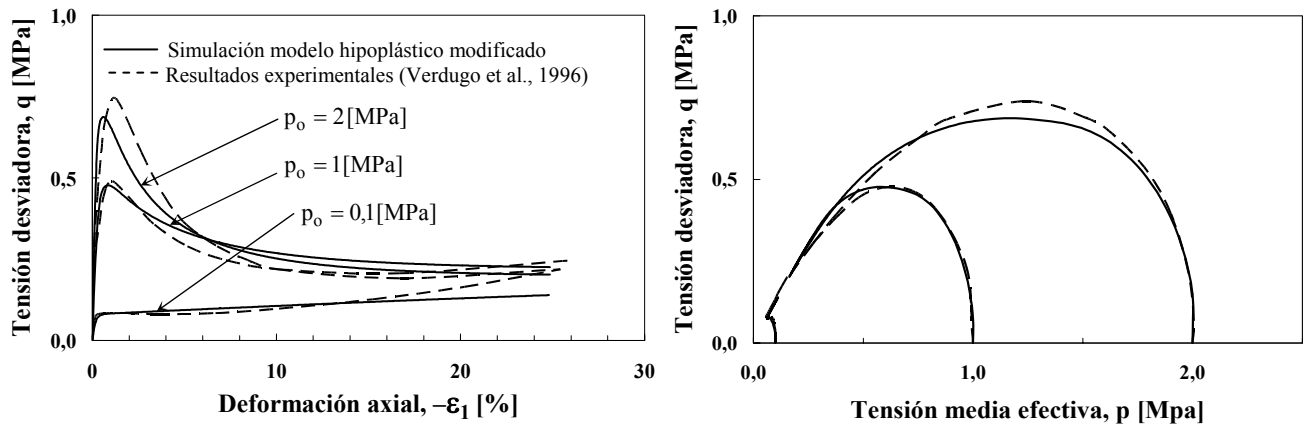


Figura 4.6: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $e = 0,907$.

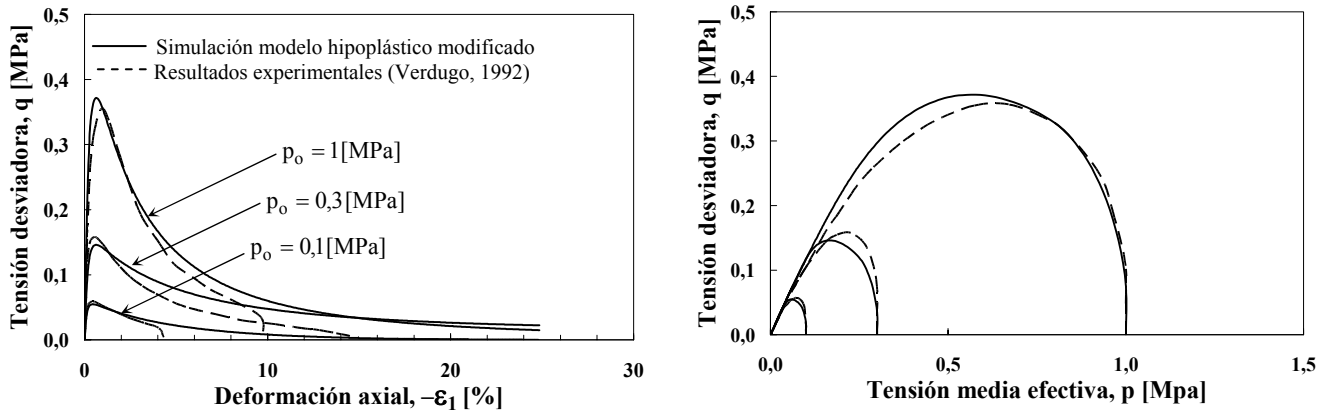


Figura 4.7: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $\bar{e} = 0,930$.

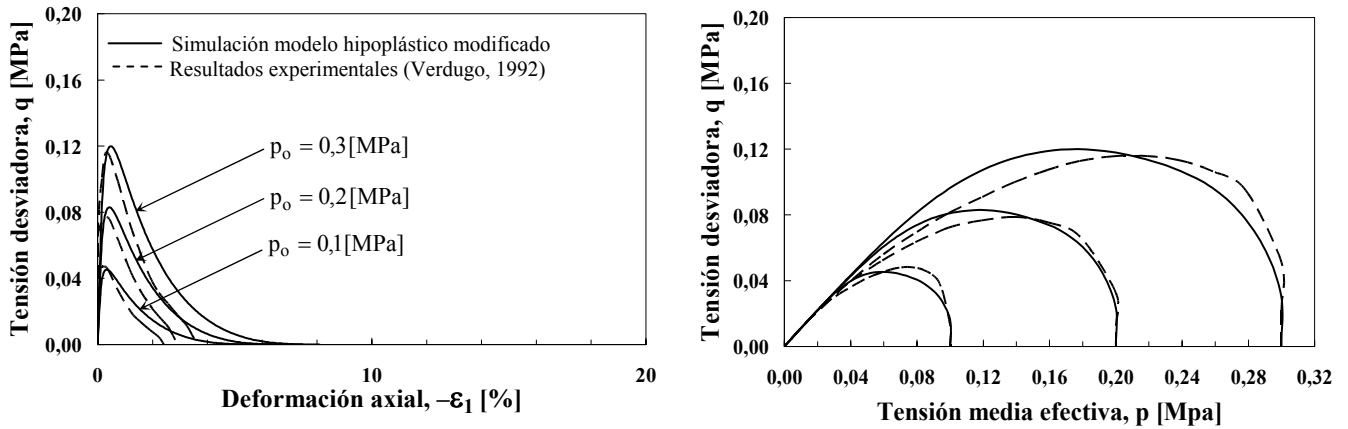


Figura 4.8: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $\bar{e} = 0,960$.

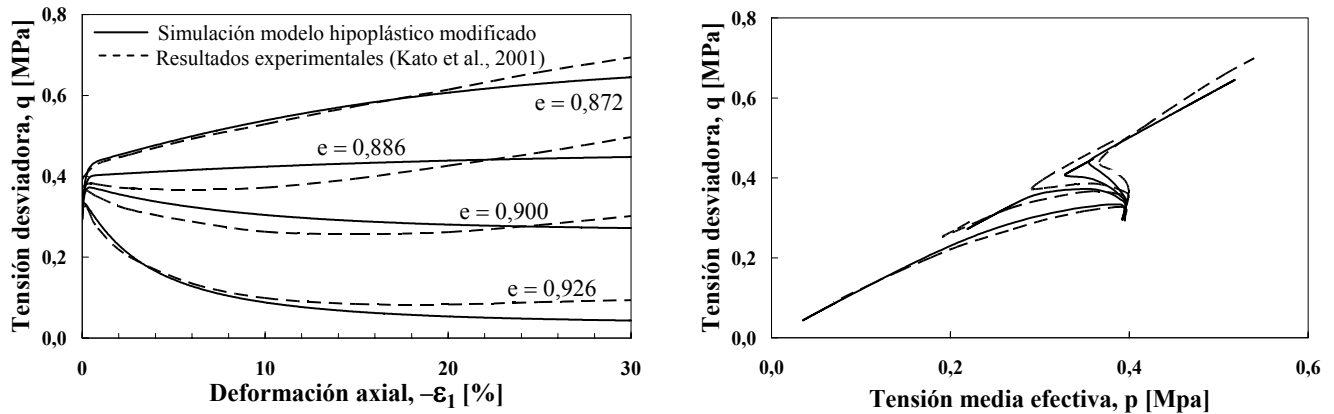


Figura 4.9: Comparación entre resultados de ensayos triaxiales no drenados en compresión y simulaciones del modelo hipoplástico modificado para $q_0 = 0,294$ y $p_0 = 0,392$ [MPa].

5 CONCLUSIONES.

Se ha desarrollado un modelo hipoplástico modificado, presentándose predicciones en base a simulaciones numéricas. La simulación de 25 ensayos triaxiales en compresión tanto drenados como no drenados, isótropos y anisótropos, demuestran que el modelo hipoplástico modificado posee la habilidad de simular datos experimentales de manera satisfactoria con un set único de parámetros para estados iniciales considerablemente distintos que en este trabajo variaron en un rango de densidades relativas entre 0 – 86,3 [%] y presiones de confinamiento de 0,1 a 2 [MPa].

REFERENCIAS

- Bauer, E. (1996). Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular material. *Soils and Foundations* **36:1**, 13-26.
- Gudehus, G. (1996). A comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations* **36:1**, 1-12.
- Kato, S., Ishihara, K., Towhata, I. (2001). Undrained Shear Characteristics of Saturated Sand under Anisotropic Consolidation. *Soils and Foundations* **41:1**, 1-12.
- Kolymbas, D. (1985). Generalized hypoelastic constitutive equation. Proceedings of the International Workshop on Constitutive Equations for Granular Non-cohesive Soils, A.A. Balkema, 349-366.
- Niemunis, A. (2003). Extended Hypoplastic Models for Soils. Heft 34, Institute of Foundations and Ground mechanics of the Ruhr University, Bochum.
- Toyota (2004). <http://shear.nagaokaut.ac.jp/~toyota/Archive/PDF/Soilv2.pdf> (en Japonés).
- Vallejos, J.A. y Verdugo, R.L. (2005). Ley hipoplástica modificada aplicada al comportamiento monótono de materiales granulares (I). IX Jornadas chilenas de sismología e ingeniería antisísmica N° A07-07.
- Verdugo, R. (1992). Characterization of sandy soils behavior under large deformation. Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, University of Tokyo, Japan.
- Verdugo, R. and Ishihara, K. (1996). The steady state of sandy soils. *Soils and Foundations* **36:2**, 81-91.
- Von Wolffersdorff, P.A. (1996): A hypoplastic relation for granular materials with predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* **1**, 251-271.