Amortiguamiento Viscoso Equivalente en Pilas con Pilotes de Hormigón Armado

Ing. Vinicio Suarez¹

En puentes que requieren cimentaciones profundas, un tipo de subestructura económica y eficiente se consigue extendiendo los pilotes hasta el nivel de la superestructura. Durante los sismos, parte de la energía es disipada a través de la deformación inelástica en el suelo y mediante la formación de rotulas plásticas en los pilotes. Para el diseño de estas estructuras, la disipación de energía puede ser modelada usando amortiguamiento viscoso equivalente, es así que en esta investigación un estudio paramétrico ha sido realizado para determinar el amortiguamiento viscoso equivalente en sistemas pilote-suelo con el objeto de extender la aplicación del método de Diseño Directo Basado en Desplazamientos a este tipo de estructuras. Los parámetros considerados en el estudio incluyen: altura sobre el suelo y diámetro del pilote, rotación o no-rotación de la cabeza del pilote y varios tipos de suelo. En el estudio, analices no-lineales de historia en el tiempo son realizados para determinar el amortiguamiento histerético en cada uno de los modelos. El resultado de este estudio son tendencias que relacionan el amortiguamiento histerético con la demanda de ductilidad en el sistema. Analices de verificación demuestran que las curvas de amortiguamiento viscoso equivalente encontradas en este estudio permiten predecir el desplazamiento máximo de este tipo de subestructura con una precisión del 20%. Detalles de la ejecución del estudio, así como ejemplos de aplicación son incluidos.

1. Introducción

Un tipo de subestructura eficiente y económica para puentes se consigue extendiendo pilotes hincados o perforados en forma continua desde el suelo de cimentación hasta la superestructura (Fig. 1). Estas estructuras son comúnmente utilizadas para resistir cargas gravitacionales, de viento, de impacto o sísmicas y su comportamiento es dependiente de su interacción con el suelo.

Históricamente, la interacción suelo-estructura ha sido simplificada, reemplazando el sistema pilotes-suelo por un sistema equivalente donde los pilotes se consideran empotrados a una cierta profundidad bajo el nivel del suelo y en el que el suelo es ignorado. Esto se hace con el objeto de considerar la flexibilidad que el suelo añade a la estructura, evitando las dificultades relacionadas con la modelación del suelo. La profundidad de empotramiento es comúnmente obtenida de ecuaciones semi-empíricas tal como las propuestas por Davison y Robison (1965). El pórtico equivalente tiene la misma rigidez que el sistema pilotes-suelo, sin embargo los momentos de diseño que se desarrollan son mayores (Chen, 1997; Suarez 2005).

¹ Director Unidad de Ingeniería Civil Geología y Minas. Universidad Técnica Particular de Loja. Loja Ecuador. <u>vasuarez@utpl.edu.ec</u>

En relación con el diseño sismorresistente, una vez definida la estructura equivalente, la practica común es utilizar las normas AASHTO, estándar o LRFD (AASHTO,2004a ; AASHTO,2004b), en donde el daño es limitado con la utilización de un factor de reducción de demanda R que depende de la importancia del puente pero que no considera la interacción suelo-estructura. Las fuerzas de diseño para los pilotes se obtienen con un análisis elástico y luego se reducen aplicando el factor R. Se asume que la reducción que se hace a las fuerzas es igual a la demanda de ductilidad en la estructura durante el sismo de diseño. Esto es de acuerdo a la aproximación de iguales desplazamientos observada en sistemas de un grado de libertad (Veletsos y Newmark, 1960). Sin embargo no se verifica la capacidad de desplazamiento de la subestructura, la cual esta normalmente limitada por efectos P-Delta, daño en la conexión con la superestructura o daño en los pilotes.

Resumiendo; la práctica actual tiene limitaciones en cuanto a la modelación y al procedimiento de diseño sismo-resistente. La presente investigación trata sobre como mejorar el diseño sismo-resistente y se enfoca en la determinación del amortiguamiento viscoso equivalente en sistemas pilote-suelo, con el objeto de implementar diseño basado en desplazamientos para este tipo de sub-estructuras.



Figura 1. Configuración general de pilas con pilotes de hormigón armado

2. Diseño Basado en Desplazamientos DBD

A partir del terremoto en Loma Prieta, California en 1989, muchas investigaciones han sido desarrolladas en torno al desarrollo de métodos de diseño sismorresistentes basados en desplazamientos. En contraste con los métodos basados en fuerzas, estos métodos utilizan desplazamientos para cuantificar la demanda y también la capacidad de los elementos resistentes. Ejemplos de métodos de diseño basados en desplazamientos son:

- El implementado por Caltrans (Caltrans, 1999) en 1999, con base en la recomendaciones ATC-32 (Applied Technology Council, 1996).
- El método de diseño directo basado en desplazamientos (DDBD) (Priestley, 1993) que a probado ser efectivo en el diseño sismo resistente de columnas para puentes,(Kowalsky, 1995), puentes continuos sobre pilas en fundaciones rígidas (Kowalsky, 2002; Dwairi 2005) y edificios de hormigón armado (SEAOC, 2003; Priestley y Kowalsky, 2000)

En el procedimiento implementado por Caltrans, el puente es pre-dimensionado y la demanda inelástica de desplazamientos se obtiene de un análisis elástico de la estructura, con inercias agrietadas en los elementos resistentes. Luego, se obtiene la capacidad de desplazamiento mediante un análisis Pushover y se verifica que la capacidad sea mayor que la demanda de desplazamiento en la estructura. Si esto ocurre el procedimiento concluye con el diseño por capacidad (Paulay y Priestley, 1992) de la superestructura, conexiones y del refuerzo por cortante en las columnas o pilotes. La principal limitación de este procedimiento es la utilización de la aproximación de iguales desplazamientos para determinar la demanda. Investigaciones recientes (Hutchison et al, 2004, Suarez, 2005) han demostrado que esta aproximación no es generalmente aplicable a pilotes parcialmente enterrados ya que no considera los efectos de interacción suelo-estructura. Además, en la determinación de desplazamientos inelásticos a partir de un análisis elástico con inercias agrietadas no se considera que la destrucción real de rigidez en el puente cuando los desplazamientos son máximos, es diferente a la distribución asumida en el análisis debido que la demanda de ductilidad no es uniforme en todas las pilas.

En DDBD, un desplazamiento máximo o meta es definido al inicio en función de uno o varios indicadores de daño (deformación, curvatura, ductilidad, deriva) y el procedimiento determina cual debe ser la rigidez y resistencia de la estructura de manera que el desplazamiento meta no sea excedido durante el sismo de diseño. Diferencias con el procedimiento de Caltrans incluyen: Que la estructura es analizada con inercias secantes al desplazamiento meta, y que la reducción en respuesta es considerada utilizando el concepto de amortiguamiento viscoso equivalente en vez de R. Un ejemplo de aplicación que detalla este procedimiento se presenta luego al final de este documento.



Figura 2. Modelo Pilote - Suelo en OpenSees

3. Amortiguamiento Viscoso Equivalente (AVE)

Durante los sismos, energía es disipada a través de deformación inelástica en el suelo alrededor de pilotes y de la formación de rotulas plásticas. Algunos métodos de diseño sismorresistente como: el Método de Estructura Substituta (Shibata y Sosen, 1976), DDBD y el método del Espectro de Capacidad (Freeman, 1998) en su primera versión, utilizan AVE para modelar la disipación de energía en la estructura. Hasta ahora, varios estudios se han llevado a cabo para determinar el AVE en elementos de hormigón armado (Jennings, 1968; Dwairi et al, 2005; Priestley y Grant, 2005) sin embargo, a conocimiento del autor, ningún estudio se a realizado para determinar el AVE en sistemas pilote-suelo. De ahí que, con el objeto de implementar DDBD para el diseño sismorresistente de pilas con pilotes de hormigón, un estudio parametrico ha sido realizado con el propósito de identificar tendencias que relacionen el amortiguamiento histerético con la ductilidad de desplazamiento en pilotes parcialmente enterrados bajo el efecto de cargas sísmicas.

Estudio Parametrico

En el estudio, modelos de pilotes parcialmente enterrados fueron generados en el programa OpenSees (Mackenna et al, 2004) (Fig 2) para realizar analices Nolineales de Historia en el Tiempo NHT. Los pilotes fueron modelados como una serie de elementos barra. La longitud enterrada del pilote fue igual a 30 veces su diámetro y una vez realizado el análisis se verificó que los desplazamientos en la punta del pilote sean mínimos. A la sección del pilote se le fue asignado un modelo histerético bilineal calibrado para simular la regla de Histéresis Modificada de Takeda (Takeda et al, 1970) ya que esta regla ha sido utilizada en el pasado en investigaciones de AVE (Dwairi et al, 2005). El modulo elástico del hormigón fue $E_c= 27200$ Mpa. El diámetro del pilote fue variado desde 0.3m hasta 2.4m, la altura sobre el suelo fue variada dos y diez diámetros del pilote y se considero desplazamiento sin rotación (cabeza fija) y desplazamiento con rotación (cabeza articulada) en la cabeza del pilote. La matriz parametrica es presentada en la Tabla 1.

Diametro (m)	Altura sobre el suelo (Diametros)	Cabeza	Suelo
0.3	2	Fija	Arena-30
0.6	4	Articulada	Arena-37
0.9	6		Arcilla-20
1.2	8		Arcilla-40
1.5	10		
1.8			
2.1			
2.4			

Tabla 1. Matriz utilizada en estudio parametrito

 Tabla 2. Propiedades de los suelos

Arcilla	su (Kpa)	ε ₅₀	w (kN/m3)
Arcilla-20	20	0.02	16
Arcilla-40	40	0.015	17

Arenas	ø	k (kN/m3)	w (kN/m3)
Arena-30	30	5500	16.7
Arena-37	37	33200	18.5

El suelo fue idealizado como una capa uniforme de arena o arcilla suave con el nivel freático al nivel del suelo. El modulo PysimpleGen (Brandenberg,2004) de OpenSees fue utilizado para generar elementos P-y a lo largo de la longitud enterrada del pilote. Para arcilla, los elementos P-y fueron calibrados con el modelo P-y de Matlock para arcillas suaves bajo el agua (Matlock, 1970) y para arena, los elementos P-y fueron calibrados con el modelo API (1987). La Tabla 2 resume las propiedades de cada uno de los cuatro tipos de suelos usados en el estudio, en donde s_u es la resistencia no drenada en arcillas, ε_{50} es la deformación a la cual el 50% de la resistencia a compresión es desarrollada en arcillas, w es el peso unitario total, ϕ' es el ángulo de fricción efectivo en arenas y k es la tasa a la cual el modulo de soporte se incrementa con profundidad en arenas.

A cada uno de los modelos que resultan de la combinación de los parámetros incluidos en el estudio le fueron aplicados diez acelerogramas, cada uno de ellos con al menos diez diferentes factores de escala. Esto resulto en 100 analices NHT por modelo y 28000 en total. De cada análisis NHT fue extraído el máximo desplazamiento en la cabeza del pilote y la correspondiente demanda de ductilidad y periodo efectivo fueron calculados. Entonces, el amortiguamiento histerético fue determinado como el amortiguamiento viscoso con el que un sistema de un grado de libertad con periodo igual al periodo efectivo del sistema pilote-suelo tiene el mismo desplazamiento máximo bajo la acción del mismo acelerograma. Los valores finales de amortiguamiento histerético asignados a cada modelo, fueron el promedio de los valores obtenidos de cada acelerograma a un mismo nivel de ductilidad. Amortiguamiento viscoso no fue utilizado en los analices con el objeto de capturar el amortiguamiento histerético solamente. Una vez realizados todos los analices, los resultados de AVE fueron clasificados por tipo de suelo y por cabeza articulada o fija. Finalmente una herramienta de optimización fue utilizada para encontrar la función que mejor relacione la ductilidad con los valores de AVE encontrados en cada análisis. En las figuras 3 y 4 se presenta parte de los resultados del estudio (no se presentan todos los resultados por limitación de espacio), así como las funciones hiperbólicas que mejor aproximan los resultados. En la Figura 5 se presentan las tendencias que corresponden a los cuatro tipos de suelo considerados en el estudio.



Figura 3. Amortiguamiento Histerético Arcilla-20 Cabeza Articulada



Figura 4. Amortiguamiento Histerético Arena-37 Cabeza Fija



Figura 5. Amortiguamiento Histerético vs. Ductilidad

El estudio paramétrico muestra mayores niveles de amortiguamiento en pilotes con cabeza articulada y en los suelos mas suaves. Este comportamiento es esperado ya que para un mismo nivel de ductilidad, pilotes con cabeza articulada o pilotes en suelos suaves se desplazan más, induciendo mayores deformaciones en el suelo y consecuentemente disipando más energía. Cuando la ductilidad es menor que uno, es decir cuando la rotula plástica no se forma en el pilote, existe amortiguamiento histerético que proviene del suelo únicamente tal como se muestra en las Figuras 3 y 4. Sin embargo pocos resultados fueron obtenidos a estos niveles de ductilidad en el estudio paramétrico como para proponer un modelo que pueda ser usado en DDBD.

Fue mencionado anteriormente que no se había usado amortiguamiento viscoso en los analices NHT con el objeto de capturar el amortiguamiento histeretico solamente. Sin embargo amortiguamiento viscoso ξ_v existe y debe ser combinado con el amortiguamiento histeretico $\zeta_{eq,h}$ para obtener AVE usando Eq. 1 y Eq. 2 (Priestley y Grant, 2005).

$$AVE = \xi_{eq,v} + \xi_{eq,h} \tag{1}$$

$$\xi_{eq,\nu} = \xi_{\nu} \sqrt{\mu_{\Delta}} \tag{2}$$

Como ejemplo, en la Figura 6 se presentan las curvas de AVE en donde se a considerado 5% de amortiguamiento viscoso, también se incluye un modelo de AVE para columnas sin interacción con el suelo (Dwairi et al, 2005).



Figura 6. Amortiguamiento Viscoso Equivalente para pilotes en distintos tipos de suelo

Evaluación de los modelos propuesto

La dispersión en los valores de amortiguamiento histerético es grande (Figuras 3 y 4). Es por esto que se considero necesario el evaluar la eficiencia de estos modelos en la preedición de desplazamiento inelástico. Para esto, el Método de Estructura Substituta (Shibata y Sosen 1976) fue aplicado a cada uno de los modelos generados en el estudio parametrito para determinar su desplazamiento máximo. En esta evaluación se utilizaron los modelos de amortiguamiento histerético propuestos en este documento. Los resultados de esta verificación se muestran en las Figuras 7 y 8, en donde se muestra la relación entre el desplazamiento máximo obtenido con amortiguamiento histerético y el desplazamiento máximo obtenido con los análisis NHT. Del análisis estadístico de estos resultados se estableció que el uso de los modelos propuestos permite predecir el desplazamiento inelástico con una precisión del 20% para un intervalo de confiabilidad del 95%.



Figura 7. Variación entre el desplazamiento estimado con AVE y el medido con análisis NHT para pilotes con cabeza articulada.



Figura 8. Variación entre el desplazamiento estimado con AVE y el medido con análisis NHT para pilotes con cabeza fija.

Ejemplo de Aplicación

Una pila que tiene tres pilotes perforados (Figura 7) y esta parcialmente enterrada en arcilla es diseñada en la dirección de su plano usando DDBD. El objetivo de diseño es que la demanda de ductilidad en los pilotes no sea mayor que tres, ante el espectro de diseño AASHTO (2004) con aceleración en roca A=0.4g y coeficiente de suelo S=2. El diámetro de los pilotes es 1.2m, la

altura sobre el suelo es de 8m y la resistencia al corte de la arcilla es 40kPa. La pila soporta una carga muerta de 2500 kN por pilote. La resistencia a la compresión del hormigón es 28 MPa y el modulo de elasticidad es 28000 MPa.



Figura 9. Pila en ejemplo de diseño

Debido a que la rigidez de la viga que conecta a los pilotes, es significativamente mayor que la de los pilotes, se razonable asumir que los pilotes se desplazan sin rotación en su cabeza, por lo tanto se espera que rotulas plásticas se desarrollen primero en la cabeza de los pilotes. El primer paso en DDBD es determinar el desplazamiento de diseño, es decir, el desplazamiento en la cabeza de los pilotes que causa una demanda de ductilidad igual a 3. Para esto se estimo que el desplazamiento de fluencia para esta pila es 0.17m usando un modelo propuesto por el autor (Suarez, 2005). El producto del desplazamiento de fluencia y la ductilidad resulta en un desplazamiento de diseño igual a 0.52m.

Luego se estimó el amortiguamiento histerético en 11.2% usando la Figura 5 para pilotes con cabeza fija en arcilla. A este valor se le sumó la componente de amortiguamiento viscoso calculada con la Ecuación 2 y que es igual a 8.6% para obtener un AVE de 20%. El siguiente paso es entrar al espectro de desplazamientos AASHTO para encontrar el periodo efectivo que corresponde al AVE y desplazamiento de diseño. En este ejemplo, el periodo efectivo fue estimado en 2.8s. Con este valor y conociendo la masa de la estructura se determinó que se requiere una resistencia igual a 687kN por pilote. Finalmente es necesario diseñar el acero longitudinal para proveer la resistencia necesaria, y también diseñar el refuerzo transversal y la

viga de cabeza por capacidad (Paulay y Priestley, 1992) para asegurar que el desplazamiento de diseño pueda ser alcanzado. La respuesta momento curvatura de la sección de pilote una vez diseñada se muestra en la Figura 10, junto con la aproximación bilineal que fue usada en el análisis de verificación. En esta figura, M_y es el momento de fluencia efectivo de la seccion, EI_{cr} es el producto de modulo de elasticidad del concreto y la inercia agrietada, r es la relación entre las pendientes de la de la segunda y primera líneas de la aproximación bilineal y ϕ_y es la curvatura efectiva de fluencia.

Análisis de Verificación



Figura 10. Relación momento-curvatura de sección diseñada usando DDBD

Un Análisis Dinámico Incremental ADI (Vamvatsikos and Cornell, 2002) fue realizado para verificar el desempeño de la pila diseñada con DDBD en la sección anterior. ADI es un análisis paramétrico en el que se aplican a un modelo nolineal uno o mas registros de aceleración, cada uno escalado a niveles múltiples de intensidad. El resultado es una o mas curvas que relacionan la aceleración espectral correspondiente al primer modo de vibración (o cualquier otra medida de intensidad) y el desplazamiento máximo (o cualquier otra medida de respuesta). El ADI es recomendado para verificar el desempeño de estructuras diseñadas con DDBD (SEAOC, 2003).

Los resultados del ADI se presentan en la Figura 11. Cada una de las curvas con línea punteada corresponde a un sismo. Como resumen de todos los sismos se presenta una curva con el promedio (50th percentil) y dos curvas adicionales con promedio más y menos una desviación estándar (84th y 16th percentil). En esta figura se incluye también un punto con el desempeño esperado para la pila y la curva de capacidad de la pila obtenida a partir de un análisis estático no linear o Pushover.

Durante la aplicación de DDBD, el desplazamiento de diseño fue Δ_D =0.51 m. Este valor es muy cercano al desplazamiento promedio obtenido del ADI. El análisis pushover muestra un

desplazamiento de fluencia igual a 0.19m el cual es 12% mayor al estimado durante el diseño. La diferencia entre los valores de desplazamiento de fluencia se traduce en una demanda de ductililidad igual a 2.7, algo menor que la de diseño. Con esta información se concluye que el DDBD empleando el modelo propuesto para el amortiguamiento histerético en arcillas fue exitoso.

Es importante notar que las curva de capacidad se separa de la curva ADI promedio cuando la cabeza del pilote se ha desplazado 5 cm solamente. Este punto equivale al 25% del desplazamiento de fluencia y marca el inicio del comportamiento inelástico de la estructura.

Usando los resultados que se muestran en la Figura 11, se puede calcular también el factor de reducción de fuerza R correspondiente a cualquier nivel de desplazamiento. R es el cociente entre la ordenada de la curva ADI promedio y la ordenada de la curva de capacidad en el nivel de desplazamiento deseado. Por ejemplo para el desplazamiento de fluencia que equivale a una demanda de ductilidad igual a uno, R es igual a 1.7. Para el desplazamiento de diseño en donde la demanda de ductilidad es 2.7, R es igual a 2.8. Con esta información se concluye que la aproximación de desplazamientos iguales (Veletsos y Newmark, 1960) no es aplicable a este ejemplo. También se observa que la reducción de fuerzas alcanzada en este ejemplo depende de que el desplazamiento de diseño pueda alcanzarse sin que ocasionar daño a la superestructura o su conexión y sin que efectos P-Delta alteren significativamente la respuesta de la estructura.



Figura 11. Análisis Dinámico Incremental ADI.

4. Resumen y Conclusiones

Modelos para determinar el amortiguamiento histerético han sido propuestos, como resultado de un estudio parametrito con el que se investigo la respuesta de pilotes parcialmente enterrados. Estos modelos pueden ser usados con DDBD o con otros métodos de análisis y diseño como el Método de Estructura Substituta (Shibata y Sosen, 1976). Sin embargo se debe reconocer las siguientes limitaciones:

El suelo es asumido como una capa uniforme de arena o arcilla

La longitud de los pilotes es suficientemente larga de manera que el pilote no gira como cuerpo rígido

La dispersión en los valores de amortiguamiento histerético es grande por lo que la precisión en la predicción del desplazamiento máximo es del 20%

El amortiguamiento histerético depende principalmente de la demanda de ductilidad en la estructura y del desplazamiento de fluencia. Pilotes en suelos suaves y pilotes con cabeza articulada muestran mayor amortiguamiento. El ejemplo de diseño mostró que no es racional usar un valor fijo para R. La demanda de ductilidad depende en gran medida de la geometría de la pila y las propiedades de los suelos, mientras la capacidad de ductilidad puede estar limitada por desplazamientos admisibles, efectos P-Delta e interacción con la superestructura.

5. Referencias

- AASHTO LRFD Bridge design specifications, second edition, 2004. American Association of State Highway and Transportation Officials; Washington, D.C.
- API, Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms. 17th Ed., 1987. API Recommended Pract. 2A (RP 2A), American Petroleum Institute.
- Applied Technology Council ATC-32. 1996. Improved seismic design criteria for California bridges: provisional recommendations, Redwood City, Calif.
- Boulanger, R.W. 2004. The PySimple1 Material. http://opensees.berkeley.edu.
- Brandenberg, S. "PySimple1gen OpenSees command" http://opensees.berkeley.edu.
- Bridge Software Institute (BSI). 2000 FB-MultiPier Manual, Version 4. University of Florida, USA.
- Budek A.M. et al. 2000. "Inelastic Seismic Response of Bridge Drilled-Shaft RC Pile/Columns." Journal of Structural Engineering. Vol 126 No.4
- Caltrans, 2004 Seismic Design Criteria, http://www.dot.ca.gov/hq/esc/earthquake_engineering
- Caltrans, 1999, Memo 20-1 to Designers, http://www.dot.ca.gov/hq/esc/earthquake_engineering
- Chai Y.H. 2002a "Flexural Strength and Ductility of Extended Pile-Shafts I: Analitical Model", Journal of Structural Engineering. Vol 128 No 5
- Chai Y.H. 2002b "Flexural Strength and Ductility of Extended Pile-Shafts II:Experimental Study", Journal of Structural Engineering. Vol 128 No 5
- Chen Y. 1997 "Assessment on Pile Effective Lengths and Their Effects on Design,", Computers & Structures Vol. 62, No. 2.
- Davison M.T. and Robinson K.E. 1965 "Bending and buckling of partially embedded piles.", Proceedings, 6th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, Canada, pp. 243-246
- Dwairi H.M. 2005 "Equivalent damping in support of direct displacement-based design with applications for multi-span Bridges." Ph.D. Thesis ; North Carolina State University, Raleigh, North Carolina.
- Ensoft, Inc. 2004 LPILE Manual. Austin, Texas, USA.
- EuroCode 8. Structure is seismic regions Design. Part 1, General and Building. May 1988 Edition, Report EUR 8849 EN, Commission of European Communities.
- Freeman, S.A. 1998. "Development and Use of Capacity Spectrum Method", Proceedings of 6th US National Conference on Earthquake Engineering, Seattle, Washington, U.S.A., Paper No. 269.
- Hutchinson, T. C., Chai, Y. H., Boulanger, R. W., and Idriss, I. M., 2004. Estimating inelastic displacements for design: extended pile shaft-supported bridge structures, Earthquake Spectra 20 (4).

- Jennings P.C. Equivalent viscous damping for yielding structures. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE 1968; 90(2): 103-116
- Kowalsky M.J. 2000 "Deformation Limit States for Circular Reinforced Concrete Bridge Columns", Journal of Structural Engineering, Vol 126 No 8, ASCE,
- Kowalsky M.J. A Displacement-based approach for the seismic design of continuous concrete bridges. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 2002; 31: 719-747
- Kowalsky, M.J., Priestley, M.J.N., and MacRae, G.A. 1995. "Displacement-based Design of R.C. Bridge Columns in Seismic Regions". Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol. 24, pp. 1623-1643.
- Matlock, H. 1970 "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay", Paper No. OTC 1204, Proceedings, Second Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, Vol. 1, 577-594.
- McKenna F et al, 2004. OpenSees Command Language Manual. http/opensees.berkeley.edu
- Miranda E. 2003 Personal correspondence. Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University, CA 2003.
- Paulay and Priestley. 1993. "Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings" Wiley Interscience
- Priestley, M.J.N. 1992. "Myths and fallacies in earthquake engineering-conflicts between design and reality", Bulletin of the New Zealand Society of Earthquake Engineering, Vol 26, No 3
- Priestley, M.J.N., Seible, F., Calvi G. 1996 "Seismic design and retrofit of bridges." Wiley, New York.
- Priestley M.J.N. and Kowalsky M.J. (2000). "Direct Displacement-Based Design of Concrete Buildings" Bulletin of the new Zealand National Society for Earthquake Engineering, New Zealand National Society for Earthquake Engineering, Silverstream. Vol. 33, No.4.
- Priestley, M.J.N. and Grant, D. N. 2005. Viscous damping in analysis and design. Journal of Earthquake Engineering, Vol.9, No. Special Issue 1. pp. in press
- SEAOC . 2003. Revised Interim Guidelines Performance-Based Seismic Engineering. Structural Engineers Association of California,
- Suarez, V. 2005. Implementation of Direct Displacement Based Design for Pile and Drilled Shaft Bents. Master's Thesis, North Carolina State University.
- Shibata and Sozen, 1976. Substitute Structure Method for Seismic Design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol 102, No ST1
- Takeda T., Sozen M. and Nielsen N. Reinforced concrete response to simulated earthquakes. Journal of the Structural Division, ASCE 1970; 96(12): 2557-2573.
- Veletsos, A, Newmark, N. M., 1960. Effect of inelastic behavior on the response of simple systems to earthquake motions. Proceedings of 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 2, pp. 895–912.
- Vamvatsikos, D, and Cornell, C. 2002. Incremental dynamic analysis. Earthquake Eng. Struct. Dyn., 31-3, 491–514.